

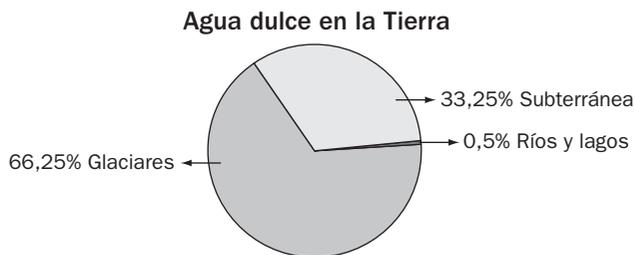
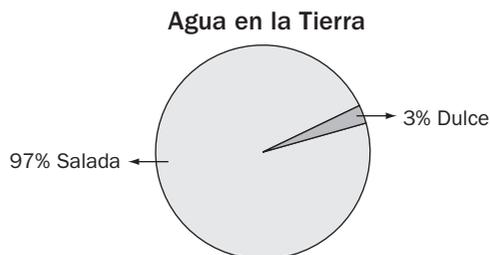


Asignatura: Matemáticas grados NOVENOS _____ Docente: Edmanuel Isaac Rojas

Fecha: _____
REFUERZO SOBRE NÚMEROS REALES, NÚMEROS COMPLEJOS Y POLINOMIOS

Pensamiento numérico

En las gráficas se muestra la distribución del agua existente en la Tierra.



1. Maneja porcentajes como números racionales.

Completa las tablas con base en la información de las gráficas.

Distribución del agua en la Tierra		
Tipo de agua	Porcentaje	Expresión fraccionaria
Dulce	3%	
Salada	97%	

Distribución del agua dulce en la Tierra		
Tipo de agua	Porcentaje	Expresión fraccionaria
Subterránea	33,25%	
Ríos y lagos	0,5 %	
Glaciares	66,25%	



2. Halla la expresión decimal de un número racional.

Encuentra la expresión decimal de la fracción que se indica en cada caso.

- Parte del agua de la Tierra correspondiente a agua dulce.
- Parte del agua de la Tierra correspondiente a agua salada.
- Parte del agua dulce correspondiente a agua subterránea.
- Parte del agua dulce correspondiente a ríos y lagos.
- Parte del agua dulce correspondiente a glaciares.



3. Efectúa operaciones con números racionales.

El área superficial de la Tierra es aproximadamente 510 066 000 km². Calcula cuántos kilómetros cuadrados están ocupados en cada caso si:

- El área terrestre equivale a los $\frac{29}{100}$.
- El área acuática equivale a los $\frac{71}{100}$.
- El área africana equivale a $\frac{11}{50}$.
- El agua dulce ocupa los $\frac{213}{10\,000}$.
- El agua salada ocupa los $\frac{6\,887}{10\,000}$.



4. Aproxima los resultados de operaciones con números reales.

El área terrestre del planeta Tierra es aproximadamente 148 647 000 km². Determina qué porcentaje del área terrestre mide la superficie de cada continente. Luego, redondea los resultados a las décimas.

- Asia: 44 936 000 km²
- América: 42 000 000 km²
- Antártico: 14 200 000 km²
- Europa: 10 359 358 km²
- Oceanía: 76 828 300 km²

Los siguientes son los datos que anotó un científico al estudiar el comportamiento de cierta población de bacterias, durante un experimento.

Grupo 1	
Tiempo (min)	Cantidad de individuos
0	24 000 000
10	12 000 000
20	6 000 000
30	3 000 000
40	1 500 000
50	750 000
60	375 000



5. Expresa partes de un todo como un número racional.

Indica a qué parte de la población inicial de bacterias en el grupo 1 corresponde la cantidad de individuos existente al cabo de:

- a) 10 min
- b) 20 min
- c) 30 min
- d) 40 min
- e) 50 min



6. Halla la expresión decimal de un número racional.

Relaciona la expresión decimal de la parte de la población de bacterias del grupo 1 con respecto a la población inicial, con el tiempo correspondiente:

- a) 0,5 () 60 min
- b) 0,0625 () 40 min
- c) 0,25 () 50 min
- d) 0,015625 () 10 min
- e) 0,03125 () 20 min



7. Comprende el concepto de intervalo.

Escribe el intervalo de tiempo durante el cual ocurre cada situación. Ten en cuenta los datos relacionados con el grupo 1.

- a) La población decrece en 750 000 individuos.
- b) La población decrece en 3 000 000 de individuos.
- c) La población decrece en 12 000 000 de individuos.
- d) La población decrece en 375 000 individuos.
- e) La población decrece en 6 000 000 de individuos.



8. Comprende la notación científica.

Completa cada enunciado con base en la información relativa al grupo 1.

- a) A los min la población es de $7,5 \times 10^5$ individuos.
- b) A los min la población es de $2,4 \times 10^7$ individuos.
- c) A los min la población es de $3,75 \times 10^5$ individuos.
- d) A los min la población es de $1,5 \times 10^6$ individuos.
- e) A los min la población es de 3×10^6 individuos.



9. Resuelve operaciones que involucran potencias de números reales.

En un segundo experimento, y bajo nuevas condiciones, el científico estudió otro grupo de bacterias. Los datos fueron los siguientes.

Grupo 2	
Tiempo (min)	Cantidad de individuos
0	$10\,000 \times 2^0$
10	$10\,000 \times 2^1$
20	$10\,000 \times 2^2$
30	$10\,000 \times 2^3$
40	$10\,000 \times 2^4$
50	$10\,000 \times 2^5$
60	$10\,000 \times 2^6$

Cuántos individuos hay al cabo de:

- a) 10 min
- b) 20 min
- c) 30 min
- d) 50 min
- e) 1 hora



10. Calcula logaritmos de números reales.

Ayuda al científico a encontrar los valores de n que dan sentido a las siguientes igualdades. Luego completa cada frase.

- a) $10\,240\,000 = 10\,000 \times 1024$
 $= 10\,000 \times 2^n$
 Hay 10 240 000 individuos a los min.
- b) $1\,280\,000 = 10\,000 \times 128 =$
 $10\,000 \times 2^n$
 Hay 1 280 000 individuos a los min.
- c) $2\,560\,000 = 10\,000 \times 256 =$
 $10\,000 \times 2^n$
 Hay 2 560 000 individuos a los min.
- d) $20\,480\,000 = 10\,000 \times 2048 =$
 $10\,000 \times 2^n$
 Hay 20 480 000 individuos a los min.
- e) $5\,120\,000 = 10\,000 \times 512 =$
 $10\,000 \times 2^n$
 Hay 5 120 000 individuos a los min.



11. Identifica radicales equivalentes.

Cierto experimento con las bacterias del grupo 2, se llevó a cabo dos veces. Indica si los datos obtenidos son equivalentes o no, en cada caso.

Dato 1	Dato 2	¿Son equivalentes?	
		Sí	No
$\sqrt{3}$	$\sqrt[4]{27}$		
$\sqrt[5]{8}$	$\sqrt[10]{64}$		
$\sqrt[8]{9^5}$	$\sqrt[7]{9^6}$		
$\sqrt[4]{6^2}$	$\sqrt[20]{6^{15}}$		
$\sqrt[3]{11^2}$	$\sqrt{11^3}$		



12. Racionaliza expresiones fraccionarias.

El científico obtuvo algunos datos que debe racionalizar para sacar conclusiones. Ayúdale a racionalizar los siguientes.

- a) $\frac{4}{\sqrt{2}}$
- b) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$
- c) $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$
- d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$
- e) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

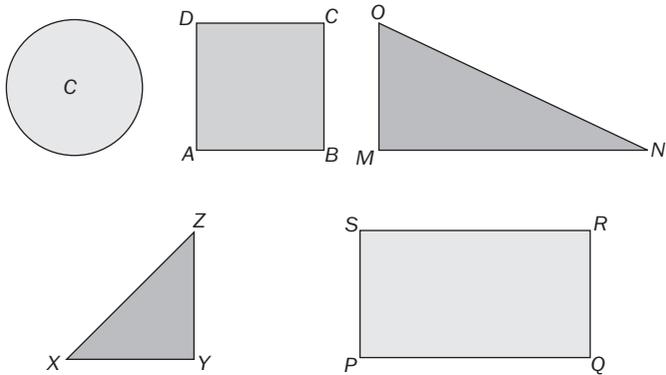


13. Aplica las propiedades de los logaritmos.

Para finalizar, en el segundo experimento se obtuvieron datos acerca de las bacterias, que se pueden expresar mediante logaritmos. Si se sabe que $\log 8 = 0,9031$, relaciona cada expresión con su valor.

- a) $\log 0,8$ () 3,8062
- b) $\log 6\,400$ () $-0,0969$
- c) $\log 0,64$ () 2,9031
- d) $\log 800$ () 0,3010
- e) $\log 2$ () $-0,1938$

Mariana necesita calcular algunas medidas en las siguientes figuras.



14. Realiza operaciones con números reales.

Ayúdala a Mariana a calcular la medida que se indica en cada caso, sin usar la calculadora.

- El perímetro de la circunferencia con centro en C , si su radio es 3 cm.
- La diagonal del cuadrado $ABCD$, de lado 5 cm.
- La hipotenusa del triángulo rectángulo MNO , si $MN = 12$ cm y $MO = 6$ cm.
- La hipotenusa del triángulo rectángulo XYZ , si $XY = 4$ cm = YZ .
- La diagonal del rectángulo $PQRS$, si $PQ = 10$ cm y $QR = 5$ cm.



15. Aproxima números reales.

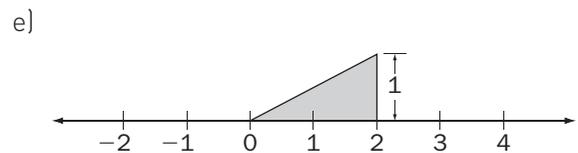
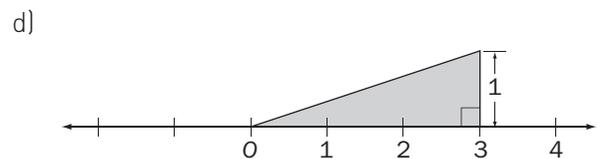
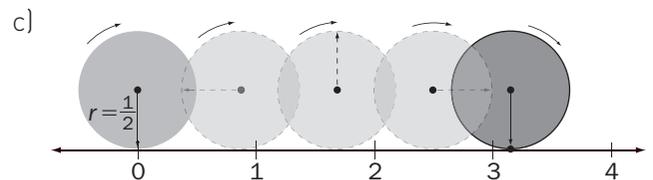
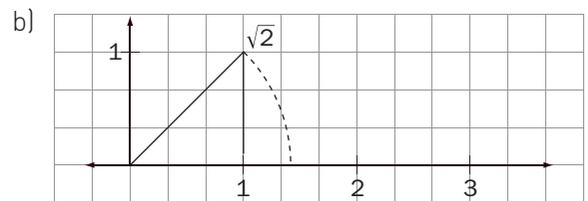
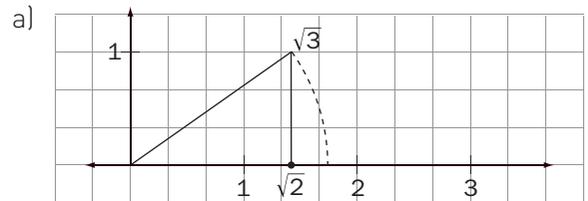
Completa la tabla.

Medida	Expresión decimal (aproximada a las centésimas)
Perímetro de la circunferencia	
Diagonal del cuadrado $ABCD$	
Hipotenusa del $\triangle MNO$	
Hipotenusa del $\triangle XYZ$	
Diagonal del rectángulo $PQRS$	



16. Representa números irracionales en la recta numérica.

Para representar en la recta numérica las medidas encontradas por Mariana debe practicar con los siguientes valores. Relaciona cada representación con el número correspondiente.



- () π
- () $\sqrt{2}$
- () $\sqrt{3}$
- () $\sqrt{5}$
- () $\sqrt{10}$



23. Comprende la igualdad de números complejos.

Mauricio debe encontrar el valor de las incógnitas que hacen verdadera cada igualdad. Encuéntralos y completa la tabla.

Igualdad	X	Y
$x + yi = \frac{5}{8} + 2i$		
$x + yi = 3 - \frac{3}{4}i$		
$x + yi = 5$		
$x + yi = 5i$		
$7x + \frac{7}{10}yi = -i$		
$(\frac{1}{2} - i) + (-x + yi) = 7 - 3i$		
$(-7 - 7i) + (-x + yi) = 0$		
$(7 - \frac{2}{5}i) + (-7 + 4i) + (-x + yi) = 0$		
$(x + yi) + \sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{2}{3} + \sqrt{3}i$		
$(2x - 3yi) + (2\sqrt{3} + \frac{1}{5}i) = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$		



24. Encuentra potencias de números complejos.

La fórmula que debe seguir Mauricio para generar uno de los fractales es la siguiente.

Primera iteración: $z^2 + z$

Segunda iteración: $[z^2 + z]^2 + z$

Tercera iteración: $[[z^2 + z]^2 + z]^2 + z$

Calcula las tres primeras iteraciones para cada uno de los siguientes valores de z .

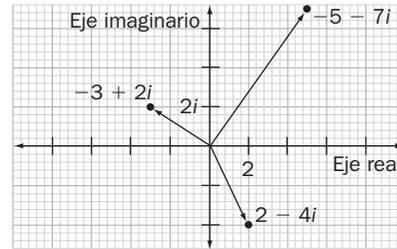
- a) 1 Primera iteración: _____
Segunda iteración: _____
Tercera iteración: _____
- b) -1 Primera iteración: _____
Segunda iteración: _____
Tercera iteración: _____
- c) 2i Primera iteración: _____
Segunda iteración: _____
Tercera iteración: _____
- d) -i Primera iteración: _____
Segunda iteración: _____
Tercera iteración: _____
- e) -2i Primera iteración: _____
Segunda iteración: _____
Tercera iteración: _____



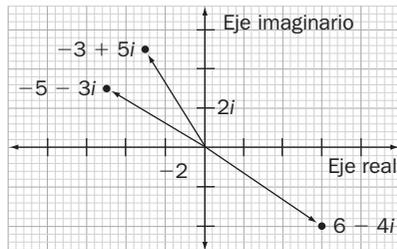
25. Representa gráficamente números complejos.

En cada caso, Mauricio ha cometido un error al representar gráficamente los números complejos dados. Determina el intruso en cada grupo.

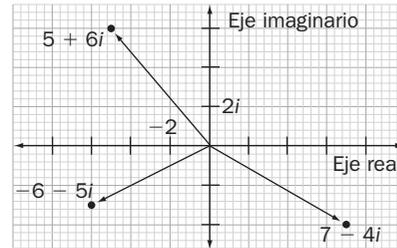
- a) $(2 - 4i)$, $(-3 + 2i)$ y $(-5 - 7i)$



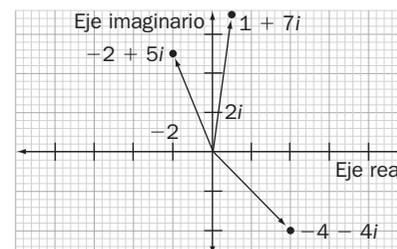
- b) $(-5 - 3i)$, $(-3 + 5i)$ y $(6 - 4i)$



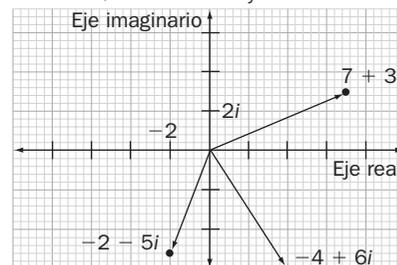
- c) $(-6 - 5i)$, $(7 - 4i)$ y $(5 + 6i)$



- d) $(-2 + 5i)$, $(-4 - 4i)$ y $(1 + 7i)$

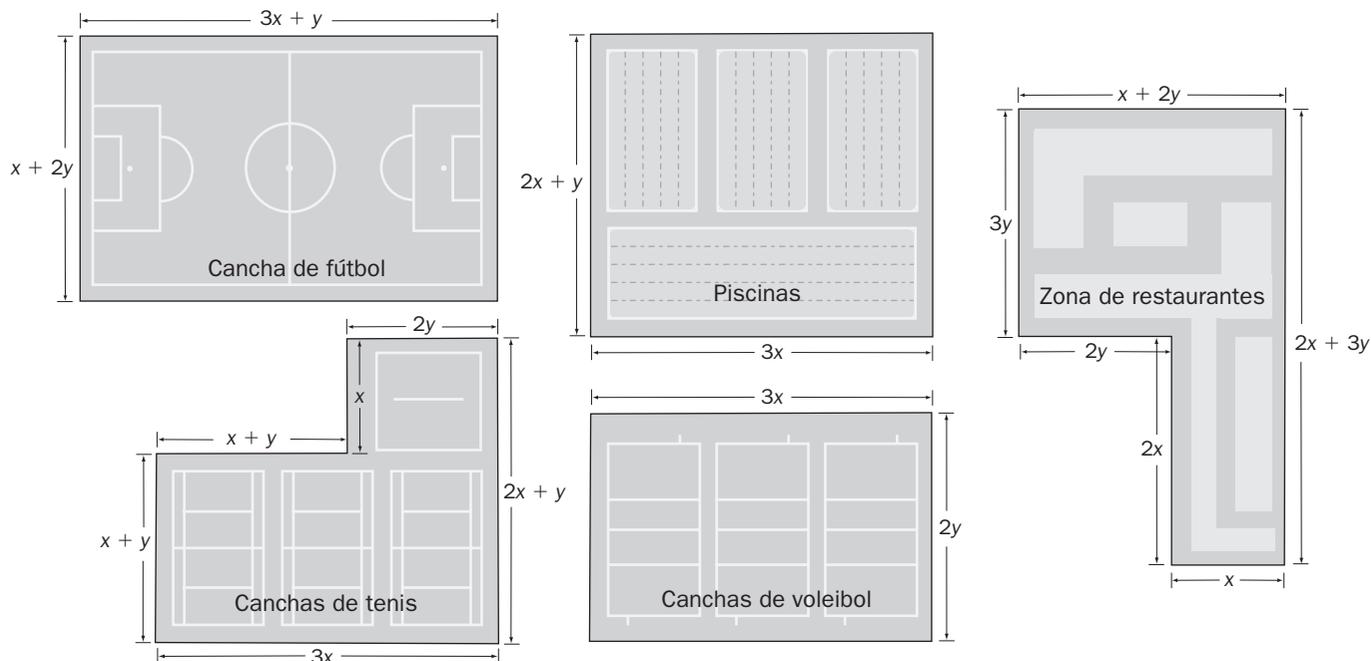


- e) $(7 + 3i)$, $(-4 + 6i)$ y $(-2 - 5i)$



Pensamiento variacional

Mario elaboró el plano de un centro recreativo al que asiste con su familia.



26. Realiza adición de polinomios.

Relaciona cada lugar con el polinomio que expresa su perímetro.

- a) Cancha de fútbol () $10x + 2y$
- b) Zona de restaurantes () $6x + 4y$
- c) Canchas de tenis () $8x + 6y$
- d) Piscinas () $6x + 10y$
- e) Canchas de voleibol () $8x + 5y$



27. Calcula el valor numérico de un polinomio.

Si se sabe que $x = 3$ m y $y = 2$ m, determina el valor numérico del perímetro de cada lugar.

- a) Cancha de fútbol _____
- b) Zona de restaurantes _____
- c) Canchas de tenis _____
- d) Piscinas _____
- e) Canchas de voleibol _____



28. Efectúa multiplicación de polinomios.

Completa la siguiente tabla.

Lugar representado en el plano	Expresión algebraica del área
Cancha de fútbol	
Zona de restaurantes	
Canchas de tenis	
Piscinas	
Canchas de voleibol	



29. Aplica los productos notables.

Las siguientes son expresiones del área de lugares que Mario representó en otro plano. Halla una expresión equivalente en cada caso.

- a) $(3x + 2y)^2$
- b) $(x - \frac{3}{5}y)^2$
- c) $(5x + \frac{1}{2}y)(5x - \frac{1}{2}y)$
- d) $(\frac{1}{3}x - 4y)(\frac{1}{3}x + 4y)$
- e) $(x - \frac{1}{3})^3$



30. Efectúa división de polinomios.

Mario conoce la expresión algebraica del área (A) y del lado (L_1) de uno de sus dibujos, pero olvidó la correspondiente al otro lado (L_2). Ayúdalo a encontrarla si:

- a) $A = 6x^2 - xy - 2y^2$ $L_1 = y + 2x$
- b) $A = 3x^2 - 2x - 16$ $L_1 = x + 2$
- c) $A = 28x^2 - 30y^2 - 11xy$ $L_1 = 4x - 5y$
- d) $A = x^4 + 12x^2 + 36$ $L_1 = x^2 + 6$
- e) $A = x^2 + 5x - 14$ $L_1 = x - 2$



31. Factoriza polinomios.

Los polinomios representan el área de cinco lugares del centro recreativo. Selecciona la factorización correcta en cada caso.

- a) $2x^4 + 15x^2 + 7$ $(2x^2 + 1)(x^2 + 7)$
 $(2x^2 - 1)(x^2 + 7)$
- b) $4x^2 - 8x + 3$ $(2x - 1)(2x - 3)$
 $(x - 1)(2x - 3)$
- c) $6a^2 + 7a + 2$ $(2a - 1)(3a + 2)$
 $(2a + 1)(3a + 2)$
- d) $6m^2 - m - 15$ $(3m + 5)(5m + 3)$
 $(3m - 5)(5m + 3)$
- e) $6x^2 + 5x - 25$ $(3x - 5)(2x + 5)$
 $(3x + 5)(2x + 5)$



32. Realiza operaciones con fracciones algebraicas.

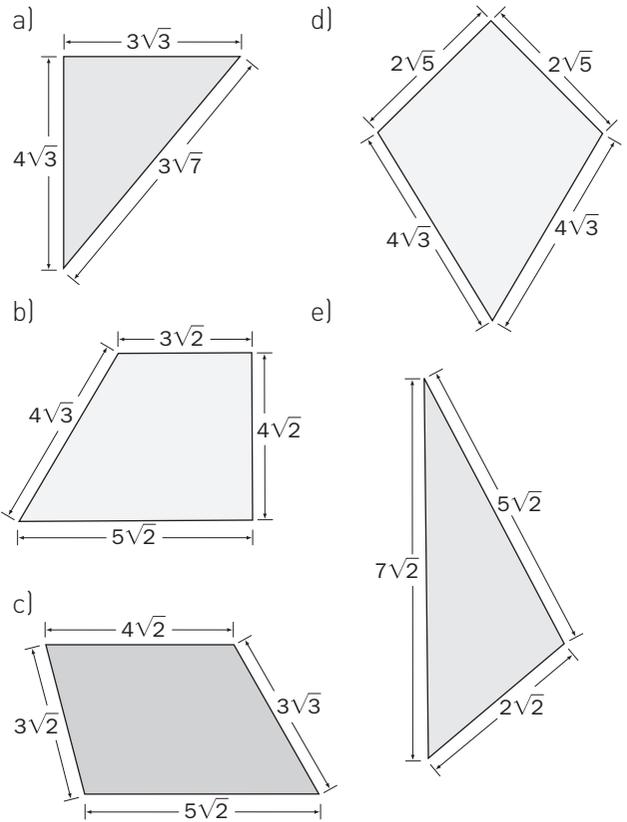
Completa la tabla determinando el área de cada locación.

Locación	Largo	Ancho	Área
A	$\frac{2x+6}{x+1}$	$\frac{x^2+3x+2}{4x^2+12x}$	
B	$\frac{5m+25}{14}$	$\frac{7m+7}{10m+50}$	
C	$\frac{2a^2+a}{6}$	$\frac{8}{4a+2}$	
D	$\frac{2y^2+2y}{2y^2}$	$\frac{y^2-3y}{y^2-2y-3}$	
E	$\frac{2x-2}{2x^2-50}$	$\frac{x^2-4x-5}{3x+3}$	



33. Efectúa operaciones con expresiones radicales.

En sus planos, Mario expresó la medida de los lados, en metros, de las figuras con radicales. Halla el perímetro en cada caso.



34. Resuelve ecuaciones lineales con la incógnita en más de un término.

Mario planteó las siguientes ecuaciones para averiguar las dimensiones de algunos de los lugares representados en sus planos. Ayúdalo a relacionar cada ecuación con su solución.

- a) $4x + 6 = 8x + 12(x - 4) - 10$
 - b) $3x - [6x + 3] = 36 - [9x + 9]$
 - c) $28x - 20 = -12x - 2[x + 2] + 2[-x + 3]$
 - d) $9x + [-15x - 3(x + 3)] = 24x + 3[-5x - 9]$
 - e) $10(x - 9) - 9(5 - 6x) = 2(4x - 1) + 5(1 + 2x)$
- () 3
 () $\frac{1}{2}$
 () 5
 () 1
 () 4