	Área: Matemáticas	Asignatura(s): Matemáticas – Lúdica
	Docente(s): Edmanuel Rojas - Alicia Herrera – Julio Cesar Galvis	
	DBA 12. Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad.	



ACTIVIDAD 1 (Alistamiento): Realiza la siguiente lectura, tomada de un artículo del periódico El Espectador, Titulado “Probabilidad, azar y loterías”, escrito por Ignacio Mantilla, ex rector de la Universidad Nacional.

A veces tendemos a ligar las loterías, la suerte, el azar y la probabilidad con eventos cotidianos, catástrofes o eventos, tanto afortunados como desafortunados, generalizando a toda situación lo que únicamente se puede afirmar sobre eventos igualmente probables. Hay un chiste que describe muy bien esto. Se trata del estudiante de un primer curso de Probabilidad que explica a su hermana embarazada la maravillosa teoría recién aprendida: "Si lanzas una moneda, la probabilidad de ganar con <cara> es $1/2$, y si apuestas con un dado al número 2, la probabilidad de ganar es de $1/6$, pues tienes 6 posibilidades". Y entonces concluye, dando un ejemplo para ilustrar y sonreír: "Si tienes en cuenta que la población de China es el 20% de la población mundial, entonces la probabilidad de que tu bebé sea chino es $1/5$ ".

Uno creería, por ejemplo, que la probabilidad de morir en un ascensor corneado por un toro es cero. Pues hace algunos años, en el centro de Bogotá sucedió este evento: un camión que venía de los Llanos Orientales transportando ganado tuvo un accidente y un toro muy ofuscado escapó, corrió y entró a un edificio. En ese momento se abrió la puerta del ascensor y el toro embistió a una de las personas que estaban dentro.

Mi esposa, que es profesora especialista en Probabilidad y obtuvo su título de doctorado en Alemania con una tesis en esa área, afirma que en Colombia es más probable ser alcanzado por un rayo que ganar la lotería. Así que es mejor huir de las tempestades que comprar la lotería. Pero, a favor de la lotería puede afirmarse que, por pequeña que parezca, la probabilidad de ganar es mayor que cero. Ver artículo completo en: <https://bit.ly/3kWB5eE>

ACTIVIDAD 2 (indagación): Contestar concienzudamente las siguientes preguntas en el cuaderno y apoyados en la información consultada de diferentes fuentes.

¿Cuáles son los temas mencionados en la lectura anterior?

¿Qué significa probabilidad en matemáticas?

¿Investiga cómo se saca la probabilidad de ganarse el baloto y cuál es esa probabilidad? Analice y redacte como hizo.

¿Qué es espacio muestral? Describa tres ejemplos, dibuje uno de ellos.

¿Qué es un suceso? Mencione los tipos de sucesos.

¿Qué es un experimento aleatorio? Describa tres ejemplos diferentes.

¿Qué es el teorema de Tales?

¿Cómo se utiliza el teorema de Tales? Mencione tres ejemplos

Profundización en <https://bit.ly/3jaJsmi>



Ampliación Conceptual

ACTIVIDAD 3 (conceptualización): La probabilidad nos permite medir **la frecuencia** con la que se presenta un resultado cuando se realiza un experimento.

Un **experimento aleatorio** es aquel que antes de realizarlo no se puede predecir el resultado que se va a obtener. En caso contrario se dice determinista.

Aunque en un experimento aleatorio no sepamos lo que ocurrirá al realizar una "prueba" si que conocemos de antemano todos sus posibles resultados.

• El **espacio muestral** es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se suele designar con la letra **E**.

Cada uno de estos posibles resultados se llama **suceso elemental**.

• Llamaremos **suceso** a cualquier subconjunto del espacio muestral. El mismo espacio muestral es un suceso llamado **suceso seguro** y el conjunto vacío, \emptyset , es el **suceso imposible**.

En muchas ocasiones un experimento aleatorio está formado por la sucesión de otros más sencillos, se dice compuesto, es el caso de "tirar dos dados", "lanzar dos o más monedas", "extraer varias cartas de una baraja",...

En estos casos para obtener el espacio muestral se puede utilizar alguna de estas técnicas:

• Construir una tabla de doble entrada, si se combinan dos experimentos simples.

TABLA de doble entrada
Experimento: Tirar dos dados

	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

6 · 6 = 36 resultados

En el experimento aleatorio de "tirar un dado cúbico" hay 6 posibles resultados:

Espacio muestral
 $E = \{ \text{die 1}, \text{die 2}, \text{die 3}, \text{die 4}, \text{die 5}, \text{die 6} \}$

Algunos sucesos:
 $A = \{ \text{die 1}, \text{die 3}, \text{die 5} \}$ "salir impar"
 $B = \{ \text{die 3}, \text{die 6} \}$ "salir múltiplo de 3"
 $C = \{ \text{die 6} \}$ "salir un 6"

En el experimento aleatorio de "lanzar dos monedas" hay 4 posibles resultados:

Espacio muestral
 $E = \{ \text{cara cara}, \text{cara cruz}, \text{cruz cara}, \text{cruz cruz} \}$

Algunos sucesos:
 $A = \{ \text{cara cara}, \text{cara cruz}, \text{cruz cara} \}$ "al menos una cara"
 $B = \{ \text{cara cara}, \text{cara cruz} \}$ "la 1ª es cara"
 $C = \{ \text{cara cara} \}$ "ninguna es cara"

Diagrama de ÁRBOL
Experimento: Lanzar tres monedas



• Hacer un diagrama de árbol, más útil si se combinan dos o más experimentos simples.

Operaciones con sucesos

Dados dos sucesos A y B de un espacio maestral E, llamaremos:

• Suceso **contrario** de A al que ocurre cuando no ocurre A, lo indicaremos \bar{A} .

Lo forman los sucesos elementales que no están en A.

- Suceso **unión** de A y B, **$A \cup B$** , es el que ocurre cuando ocurre **A o B**, al menos uno de los dos. Se forma juntando los sucesos elementales de A y B.

- Suceso **intersección** de A y B, **$A \cap B$** al **suceso** que ocurre cuando ocurren **A y B** a la vez.

Se forma con los sucesos elementales comunes .

Cuando la intersección de dos sucesos es el suceso imposible, es decir que no pueden ocurrir simultáneamente nunca, se dice que ambos son **incompatibles**.

Propiedades de las operaciones con sucesos

La unión e intersección de sucesos y el suceso contrario cumplen:

- La unión de un suceso y su contrario es el suceso seguro; la intersección es el suceso imposible.

$$A \cup \bar{A} = E \quad A \cap \bar{A} = \emptyset$$

- El contrario de es \bar{A} .

- El contrario de la unión es la intersección de los contrarios.

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

- El contrario de la intersección es la unión de los contrarios.

$$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

Cálculo de probabilidades:

Uno de los métodos más utilizados es aplicando la **Regla de Laplace**: define la probabilidad de un suceso como el cociente entre casos favorables y casos posibles.

$$P(A) = \text{Casos favorables} / \text{casos posibles}$$

Propiedades de la probabilidad

Al asignar probabilidades mediante la regla de Laplace o utilizando la frecuencia relativa puedes comprobar que se cumple:

- **$0 = P(A) = 1$** . La probabilidad de un suceso es un número comprendido entre 0 y 1.

- **$P(E) = 1$, $P(\emptyset) = 0$** . La probabilidad del suceso seguro es 1 y la del suceso imposible 0.

- La probabilidad de la unión de dos sucesos **incompatibles** es **$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$** .

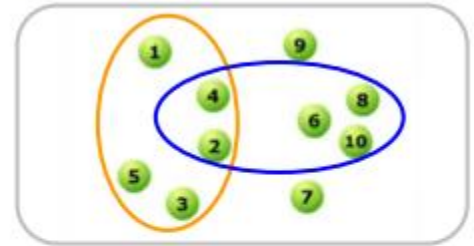
Además, de estas propiedades se deducen estas otras que resultan muy útiles para calcular probabilidades:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

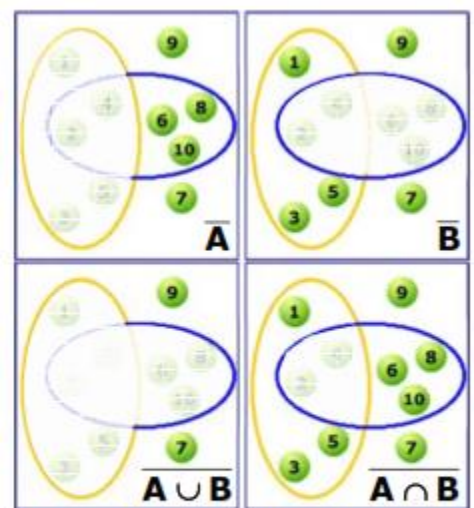
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Profundización en <https://www.youtube.com/WeeEE8o1aqM>
<https://youtu.be/Ti0b4BJ478E>

Experimento aleatorio: Extraer una bola y anotar el número.



A = "salir menor que 6" B = "salir par"
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ $\bar{B} = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$
 $A \cap B = \{2, 4\}$



$\bar{A} = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ $\bar{B} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $\bar{A} \cap \bar{B} = \{7, 9\} = \overline{A \cup B}$
 $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \overline{A \cap B}$



Actividades de Aplicación

1. Elegimos una ficha de dominó al azar,
a) Describe los sucesos:

A="sacar una ficha doble"

B="sacar una ficha cuyos números sumen 5 ó múltiplo de 5"

- b) Escribe $A \cup B$ y $A \cap B$

2. Escribe el espacio muestral del experimento resultante de tirar 3 monedas. Considera los sucesos:

A="Salir una cara"

B="Salir al menos una cara"

Escribe $A \cup B$, $A \cap B$ y el suceso contrario de B.

3. En una urna hay 15 bolas numeradas del 1 al 15, se extrae una de ellas; considera los sucesos:

A="Sacar un nº par"

B="Sacar un múltiplo de 4"

Escribe $A \cup B$ y $A \cap B$.

4. Lanzamos un dado dodecaédrico y anotamos el nº de la cara superior. Describe los sucesos:

A="Sacar un nº par"

B="Sacar un nº mayor que 5"

Escribe $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$ y $\bar{A} \cap \bar{B}$

5. En una caja hay 5 bolas rojas, 4 verdes y 3 azules. Se extrae una bola y se anota el color, calcula la probabilidad de que sea verde.

6. Se elige al azar un nº entre los primeros 50 naturales (a partir del 1). Calcula la probabilidad de los sucesos:

A="salir un nº mayor que 4 y menor que 17".

B="Salir un cuadrado perfecto"

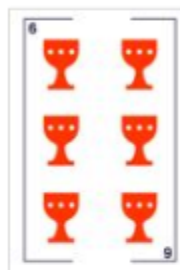
7. De una baraja española se extrae una carta, calcula la probabilidad de los sucesos:

A="Salir bastos"

B="No salir ni bastos ni as"

8. Lanzamos dos dados y nos fijamos en la menor de las puntuaciones. Calcula la probabilidad de que sea un 3.

9. Encima de la mesa tenemos las cartas de una baraja que aparecen abajo, sacamos otra carta y nos fijamos en su número, calcula la probabilidad de que la suma de los números de las tres cartas sea 15.



10. Extraemos una ficha de dominó, calcula la probabilidad de que la suma de los puntos sea menor que 7.

11. Con un 1, un 2 y un 3, formamos todos los números posibles de 3 cifras. Elegimos uno al azar, ¿qué probabilidad hay de que acabe en 3?.

12. Al girar la ruleta de la figura, calcula la probabilidad de que salga rojo y mayor que 3.



13. La probabilidad de un suceso es 0,21, calcula la del suceso contrario.

14. La probabilidad de un suceso A es $P(A)=0,55$, la de otro suceso B es $P(B)=0,45$ y la de la intersección de ambos es $P(A \cap B)=0,20$. Calcula la probabilidad de $A \cup B$.

Realice en compañía de un familiar, el siguiente ejercicio, a manera de juego para que pueda interiorizar y aprender los conceptos que investigó en el punto anterior.

El juego es para dos jugadores y se inicia lanzando un par de dados tres veces consecutivas y luego el otro jugador. Cada persona tiene una tabla en una hoja de registro y registra coloreando o rayando una casilla en cada ocasión del resultado y entendiéndose por resultado la suma de las puntuaciones de ambos dados. Al terminar se hace un recuento de los resultados y se anotan en las casillas la frecuencia para cada resultado (el juego termina cuando uno de los jugadores llena las casillas de alguno de los doce números). Luego, detallará todos los posibles eventos que tiene este experimento en otra tabla adicional diseñada autónomamente de 6X6, demostrando así el motivo por el cual algunos de los números (decir cuáles) se han obtenido normalmente más que los demás. Es un buen ejercicio para entender el concepto de probabilidad de un suceso.



Ilustración 1: Tomada de redalyc.org

Tarjeta jugador____	Veces que cae el resultado (frecuencia)				
	1°	2	3	4	5
Resultado					
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

Construcción de Compromiso

Complementariamente a las actividades anteriores, en esta oportunidad, va a Ingresar en www.edmanuelrojasvillamizar.jimdofree.com y responder el cuestionario, para evidenciar lo interiorizado por el estudiante sobre el DBA abordado en este cuadernillo. Igualmente debe subir sus evidencias al email erojas460@unab.edu.co o a la plataforma COLMESUR. Recuerde que los profesores siempre estamos atentos a oír sus inquietudes y a brindar orientación por los medios de comunicación que sean posibles.

Webgrafía: http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena12/index3_12.htm

Rúbrica de evaluación

Aspecto	Desempeño superior	Desempeño alto	Desempeño básico	Desempeño bajo
Horario	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa, y dio total cumplimiento al mismo teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa, cumpliendo con la mayoría de ellos teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante diseñó y ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa teniendo en cuenta sus objetivos.	El estudiante no diseñó ni ubicó en un lugar visible un horario para el trabajo en casa.
Autonomía en el trabajo.	El estudiante mantuvo una excelente actitud demostrando responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir un aprendizaje significativo.	El estudiante mantuvo una buena actitud demostrando responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir algún aprendizaje significativo.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente al desarrollo de las actividades propuestas, lo que le permitió adquirir algún aprendizaje significativo.	El estudiante no mantuvo una actitud de responsabilidad y compromiso frente al desarrollo de cada una de las actividades propuestas, lo que no le permitió adquirir un aprendizaje significativo.
Cumplimiento	El estudiante cumplió con el total de las actividades propuestas en la presente cartilla de manera consciente y responsable.	El estudiante cumplió con la mayoría de las actividades propuestas en la presente cartilla de manera consciente y responsable.	El estudiante cumplió con algunas de las actividades propuestas en la presente cartilla.	El estudiante no cumplió con las actividades propuestas en la presente cartilla.
Disposición frente al aprendizaje	El estudiante mantuvo una actitud positiva y comprometida frente el aprendizaje agotando los recursos con los que contó en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente el aprendizaje utilizando algunos recursos con los que contó en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.	El estudiante mantuvo una buena actitud frente el aprendizaje para la adquisición del conocimiento.	El estudiante debe mejorar su actitud frente el aprendizaje agotando los recursos con los que cuenta en su entorno familiar para la adquisición y apropiación del conocimiento.
Nuevo aprendizaje o competencia	El estudiante ha desarrollado la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante entiende y se esfuerza por la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante es motivado a la comprensión del nuevo conocimiento	El estudiante ha demostrado la no comprensión del nuevo conocimiento